Zusammenstellung von nützlichen Aussagen zur Untersuchung der Verlaufseigenschaften reeller Funktionen [1]

Vor.: f sei eine auf einem *offenen* Intervall I definierte hinreichend oft differenzierbare Funktion;

1. a) $f'(t) > 0$ (< 0) $\quad (t \in I) \Longrightarrow f$ streng monoton wachsend (fallend) [2]

   b) f streng monoton wachsend (fallend) $\Longrightarrow f'(t) \geq 0$ $(\leq 0) \quad (t \in I)$ [3]

2. a) f besitzt in x_0 relatives Extremum $\Longrightarrow f'(x_0) = 0$ [4]

   b) $f'(x_0) = 0$ *und* f' hat Vorzeichenwechsel bei $x_0 \Longrightarrow f$ besitzt in x_0 ein relatives Extremum [5]

   c) $f'(x_0) = 0$ *und* f' hat Vorzeichenwechsel bei x_0 von $+ \to -$ $(- \to +) \Longrightarrow$ f besitzt in x_0 ein relatives Maximum (Minimum) [6]

   d) $f'(x_0) = 0$ *und* $f''(x_0) < 0$ $(> 0) \Longrightarrow f$ besitzt in x_0 ein relatives Maximum (Minimum) [7]

3. a) $f''(t) > 0$ $(< 0) \quad (t \in I) \Longrightarrow$ graph(f) links- (rechts-) gekrümmt [8]

   b) f besitzt in x_0 eine Wendestelle $\Longrightarrow f''(x_0) = 0$ [9]

   c) $f''(x_0) = 0$ *und* f'' hat Vorzeichenwechsel bei $x_0 \Longrightarrow f$ besitzt in x_0 eine Wendestelle [10]

   d) $f''(x_0) = 0$ *und* $f'''(x_0) \neq 0 \Longrightarrow f$ besitzt in x_0 eine Wendestelle [11]

4. $f'(t) = 0 \quad (t \in I) \Longrightarrow f$ ist konstante Funktion auf I

Wichtiger Hinweis: *keine* der Aussagen 1–3 läßt sich umkehren. Die Umkehrung der Aussage 4 gilt allerdings, da für konstante Funktionen die Ableitung natürlich 0 ist.

$^{\text{tob}}$skript kurvdis02.tex 25.11.2002

---

[1] Die Seitenangaben beziehen sich auf Lambacher Schweizer LS 11; Klett-Verlag; 73221
[2] Seite 134, Satz; ohne Beweis (Tatsächlich gilt ...); Definition Seite 134
[3] Seite 134, vorletzte und letzte Zeile
[4] Seite 138, Satz; Definition Seite 136
[5] Seite 140, Satz 1
[6] Seite 140, Satz 1
[7] Seite 141, Satz 2
[8] Seite 146, Definition und Erläuterungen im Text
[9] Seite 147, Satz 1a; Definition und Erläuterungen im Text Seite 146
[10] Seite 147, Satz 1b
[11] Seite 147, Satz 2